

**Вопросы к экзамену по теории вероятностей и математической статистике  
для второго курса второго семестра ФКТИ  
в 2023/2024 учебном году**

Лектор Осетров А.В.

*Основные понятия и основные теоремы теории вероятностей*

1. Событие (определение). Пространство элементарных событий (определение). Примеры элементарных и неэлементарных событий. Взаимосвязь между событиями (влечение/следствие, равносильность, достоверность, невозможность, противоположность, сумма, произведение, разность, полная группа, равновозможность). Алгебра событий (свойства суммы и произведения).
2. Элементы комбинаторики (определение соединений и типы соединений: размещения, перестановки, сочетания, размещения с повторениями, перестановки с повторениями, сочетания с повторениями с выводом формул).
3. Схема случаев и классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность и ее применение в задаче о встрече.
4. Вероятность суммы двух событий (с доказательством теоремы для случая геометрической вероятности). Следствия с доказательством: вероятность двух несовместных событий, вероятность суммы нескольких попарно несовместных событий, вероятность событий, образующих полную группу попарно несовместных событий, сумма вероятностей двух противоположных событий. Вероятность суммы трех событий.
5. Зависимые события (определение). Условная вероятность (определение). Вероятность произведения двух событий (с доказательством теоремы умножения для случая геометрической вероятности). Следствия с доказательством: взаимность независимости двух событий, вероятность произведения двух независимых событий. Обобщение теоремы умножения на случай нескольких событий.
6. Формула полной вероятности (с доказательством теоремы для случая геометрической вероятности).
7. Понятие априорной вероятности. Формула Байеса (с выводом). Функция правдоподобия, понятие «идеального наблюдателя».
8. Независимые повторные испытания (схема испытаний Бернулли). Формула Бернулли (с выводом).
9. Приближенная формула Пуассона (с выводом).
10. Статистическое определение вероятности. Сходимость по вероятности.

*Случайные величины, законы их распределения и числовые характеристики*

11. Дискретные и непрерывные случайные величины (определения). Закон распределения дискретной случайной величины и его различные формы. Ряд распределения. Многоугольник распределения.
12. Функция распределения случайной величины (определение) и ее свойства (с доказательством). Вероятность попадания на участок и в точку (с выводом соотношений).
13. Математическое ожидание (соотношения для дискретной и непрерывной случайных величин) и его свойства. Понятие центрированной случайной величины.
14. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение: определение, свойства и правила вычисления.
15. Основные числовые характеристики среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин (с выводом соотношений).
16. Начальные и центральные моменты распределения (определения и формулы для вычисления в случае дискретных и непрерывных случайных величин).
17. Мода и медиана как числовые характеристики случайной величины.
18. Биномиальный закон распределения и его основные числовые характеристики (с выводом соотношений для математического ожидания и дисперсии).
19. Закон распределения Пуассона и его основные числовые характеристики (с выводом соотношений для математического ожидания и дисперсии).
20. Закон равномерного распределения и его основные числовые характеристики (с выводом соотношений для математического ожидания и дисперсии).
21. Нормальный закон: выражение для плотности вероятности, основные числовые характеристики (с выводом соотношений для математического ожидания и дисперсии).

22. Основной нормальный закон: выражение для плотности вероятности, различные специальные функции с ним связанные. Нахождение функции распределения нормального закона с произвольным математическим ожиданием и дисперсией через специальные функции.

23. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в интервал, симметричный относительно математического ожидания. Частные случаи при полуширине интервала в одно, два и три среднеквадратических отклонения. Правило «трех сигм» для нормального закона.

#### *Предельные теоремы теории вероятностей*

24. Различные формы закона больших чисел: теоремы Чебышева и Бернулли (без доказательства).

25. Понятие о центральной предельной теореме. Теорема Муавра-Лапласа (без доказательства).

#### *Элементы математической статистики*

26. Выборочный метод (идея и математическая формулировка). Статистические ряды: простой статистический ряд, вариационный ряд и сгруппированный вариационный ряд. Полигон, гистограмма и эмпирическая функция распределения.

27. Выборочные моменты и формулы для их вычисления. Поправки Шеппарда.

28. Свойства выборочных моментов, используемые для их вычисления (изменение начала отсчета и изменение масштаба) с выводом расчетных соотношений.

29. Точечные статистические оценки параметров теоретического распределения и общие требования к ним (состоятельность, несмещенность, эффективность).

30. Точечная статистическая оценка математического ожидания теоретического распределения с анализом состоятельности (с доказательством), несмещенности (с доказательством) и эффективности (без доказательства).

31. Точечные статистические оценки дисперсии и среднеквадратического отклонения теоретического распределения с анализом состоятельности (с доказательством), несмещенности (с доказательством) и эффективности (без доказательства).

32. Интервальные статистические оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал.

33. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном среднеквадратическом отклонении.

34. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестном среднеквадратическом отклонении с использованием распределения Стьюдента.

35. Доверительный интервал для дисперсии и среднеквадратического отклонения нормального распределения с использованием распределения хи-квадрат.

36. Доверительный интервал для дисперсии и среднеквадратического отклонения нормального распределения при большом числе измерений (при замене распределение хи-квадрат нормальным распределением).

37. Определение законов распределения случайных величин на основе опытных данных. Критерий согласия Пирсона. Правило Романовского.

38. Особенности компьютерной генерации случайных величин при математическом моделировании. Понятие псевдослучайных чисел.